

**72-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados šalies etapas (2025 m.)
11-os klasės eksperimentinė užduotis, sprendimas ir vertinimo instrukcija**

„Juodoji“ elektros dėžė

Tikslas

Ištirti „juodąsias“ elektros dėžes (25 taškai)

Užduotys

1. Nustatyti ir nubraižyti kiekvienos „juodosios“ dėžės elektrinę schemą.
2. Nustatyti nurodytus „juodąsias“ dėžes sudarančių komponentų parametrus.

Priemonės

Dėžutė su elektriniais išvadais, kurioje yra trys „juodosios“ dėžės, multimetras su matavimo laidais, du kaištis-krokodilas tipo laidai, rezistorius (naudotinas tik pirmosios „juodosios“ dėžės tyrimo metu), laikmatis, FTMC rašiklis.

Nurodymai

1. „Juodoji“ elektros dėžė – tai uždara nepermatoma, du ar daugiau elektrinių išvadų turinti dėžutė, kurioje yra nežinoma elektros grandinė. Jums pateiktoje dėžutėje yra trys nepriklausomai veikiančios „juodosios“ dėžės: pirmosios „juodosios“ dėžės išvadai sunumeruoti raidėmis A ir B, antrosios – C ir D (A ir B išvadai šiame darbe nėra naudojami!), o trečiosios – A, B, C, D ir E.
2. Kiekvieną grandinę gali sudaryti šie komponentai: galvaniniai elementai, rezistoriai, kondensatoriai, diodai. Trumpo jungimo (sujungimo laidu) arba atviro kontakto (neprijungtas komponentas) užduotyse nėra. Jums reikia ne tik nustatyti, kaip tie komponentai sujungti su išvadais bei tarpusavyje, tačiau taip pat ir šiuos komponentų parametrus:

<i>Komponentas</i>	<i>Parametras</i>
Galvaninis elementas	Elektrovara ir vidinė varža
Rezistorius	Varža
Kondensatorius	Elektrinė talpa
Diodas	-

3. Multimetro vidaus varža, kai pasirinktas įtampos matavimo režimas V_{∞} , yra lygi $1,0 \text{ M}\Omega$.
4. Prieš pradėdami eksperimentą sąsiuvinyje užrašykite eksperimento metu naudotos „juodosios“ dėžės numerį „xx“.
5. Laidais užtrumpinti bet kuriuos išvadus yra draudžiama.
6. Ardyti „juodąją“ dėžę yra draudžiama. Nustačius, kad dėžutė buvo bandyta atidaryti, eksperimentinis darbas bus įvertintas 0 (nuliu) taškų.
7. Darbe paklaidų išreikštai skaičiuoti nereikia, tačiau visus matavimus stenkitės atlikti kuo tiksliau.
8. Pabaigę darbą FTMC rašiklį galite pasiimti. Visas kitas eksperimento priemones tvarkingai palikite ant stalo.

Sprendimas

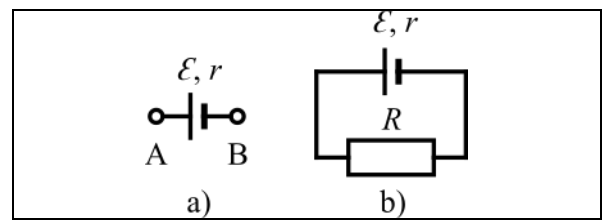
Pirmoji „juodoji“ dėžė (4 taškai)

Pirmiausia multimetrą nustatome nuolatinės įtampos matavimo režimu. Išmatuojame įtampą, lygią $U_{AB} = 1,605 \text{ V}$, vadinasi, šioje „juodojoje“ dėžėje yra galvaninis elementas (**1 taškas**). Taip pat nustatome galvaninio elemento poliškumą: prie išvado A yra prijungtas „+“, o prie išvado B prijungtas „-“ (**0,5 taško**).

Apkeitus voltmetro poliškumą gaunama įtampa $U_{BA} = -1,605 \text{ V} = -U_{AB}$, vadinasi, pirmojoje „juodojoje“ dėžėje diodo nėra (**0,5 taško**).

Taip pat pastebime, kad, laikui bėgant įtampos vertė nekinta, vadinasi, pirmojoje „juodojoje“ dėžėje kondensatoriaus nėra (**0,5 taško**).

Iš šių pastebėjimų nustatome, kad pirmojoje „juodojoje“ dėžėje yra tik galvaninis elementas. Tuo remdamiesi nubraižome pirmosios „juodosios“ dėžės elektrinę schemą (1.1a pav.) (**0,5 taško**). Laikydami, kad voltmetro vidinė varža yra daug didesnė už galvaninio elemento vidaus varžą, nustatome galvaninio elemento elektrovartę $\mathcal{E} = U_{AB} = 1,605 \text{ V}$ (**0,5 taško**).



1.1 pav. Pirmosios „juodosios“ dėžės: a) elektrinė schema ir b) grandinė, skirta galvaninio elemento parametrų nustatymui.

Žinome, kad kiekvienas galvaninis elementas turi savo vidaus varžą, tačiau jos išmatuoti ommetru nepavyks. Be to, kadangi tėra tik du išvada, mes negalėsime nustatyti, ar pirmojoje „juodojoje“ dėžėje yra rezistorius, nuosekliai arba lygiagrečiai sujungtas su galvaniniu elementu, todėl bet kokią nustatytą varžą laikysime galvaninio elemento vidine varža.

Jei prie išvadų A ir B prijungiame R varžos rezistorių, turėsime elektros grandinę (1.1b pav.), kurią naudodami galėsime nustatyti galvaninio elemento elektrovartę $\mathcal{E}$ ir vidaus varžą r . Užrašome Omo dėsnį uždarai grandinei:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \quad (1.1)$$

Srovę I , tekančią grandine, apskaičiuojame užrašę Omo dėsnį rezistoriui R :

$$I = \frac{U_R}{R} \quad (1.2)$$

čia U_R yra įtampos kritimas ant rezistoriaus R . Iš (1.1) ir (1.2) apskaičiuojame r :

$$\frac{U_R}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad (1.3) \quad (0,5 \text{ taško})$$
$$U_R (R + r) = \mathcal{E} R \Rightarrow r = R \left(\frac{\mathcal{E}}{U_R} - 1 \right)$$

Išmatuojame rezistoriaus varžą: $R = 463 \, \Omega$ (**0,25 taško**).

Nominalioji rezistoriaus varžos vertė yra $R = 470 \, \Omega$ su $\pm 5 \%$ paklaida.

Kadangi $R_V \gg R$, tai voltmetro įtakos matavimo metu galime nepaisyti.

Ijungiamo rezistorių tarp išvadų A ir B bei išmatuojame įtampą ant rezistoriaus $U_R = 1,322 \text{ V}$ (**0,25 taško**).

Apskaičiuojame galvaninio elemento vidaus varžą: $r = 99 \, \Omega$ (**0,5 taško**).

Nominalioji vidaus varžos vertė yra $r = 100 \, \Omega$ su $\pm 5 \%$ paklaida.

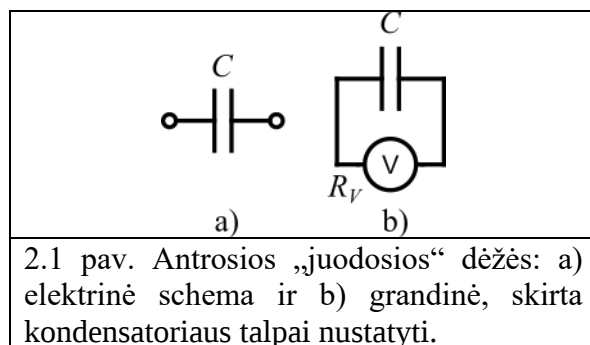
Atsakymas:

Pirmosios „juodosios“ dėžės schema yra pateikta 1.1a pav., galvaninio elemento elektrovartė yra $\mathcal{E} = 1,605 \text{ V}$, o vidaus varža $r = 99 \, \Omega$.

Antroji „juodoji“ dėžė (7,5 taško)

Pirmiausia multimetrą nustatome nuolatinės įtampos matavimo režimu, patikriname visas galimas išvadų poras. Pastebime, kad įtampa tarp visų išvadų lygi nuliui. Vadinas, antroje „juodojoje“ dėžėje galvaninio elemento nėra (**0,5 taško**).

Dabar multimetrą nustatome ommetro režimu ir pastebime, kad išmatuota varžos R_{CD} bei R_{DC} (sukeitus išvadus vietomis) viršija multimetro matavimo ribą (didžiausia multimetru matuojama varžos vertė yra 2000 kΩ). Vadinas, antroje „juodojoje“ dėžėje yra kondensatorius (**1 taško**), kurios elektrinė schema pavaizduota 2.1a pav. (**0,5 taško**).



Žinome, kad ommetro režimu įjungtas multimetras išduoda tam tikrą įtampą, reikalingą varžai matuoti. Vadinas, iš pradžių galime multimetru, nustatytu ommetro režimu, įkrauti kondensatorių, o paskui, perjungę į voltmetro režimą, matuoti įtampą ant kondensatoriaus (2.2b pav.). Kadangi multimetro varža, kai šis įjungtas voltmetro režimu, yra $R_v = 1,0 \text{ M}\Omega$, tai kondensatorius lėtai išsikraus elektros srovei tekant per voltmetrą.

Kondensatoriaus talpą galime rasti iš formulės

$$C = \frac{q}{U_0}, \quad (1.1)$$

čia U_0 yra kondensatoriaus įkrovimo įtampa, o q – įkrautame kondensatoriuje sukauptas krūvis. Žinome, kad krūvis q , kurį perneša srovė I per laiką t gali būti apskaičiuojama pagal formulę

$$q = It. \quad (1.2)$$

Nuolatinės srovės atveju, kai $I = \text{const}$, srovės stiprio priklausomybės nuo laiko grafikas $I(t)$ yra tiesė, o plotas po grafiku atitinka krūvio vertę. Mūsų atveju $I \neq \text{const}$, tačiau vis vien galime suskaičiuoti po kreive esantį plotą, kuris atitiks kondensatoriuje sukauptą krūvį. Kad būtų paprasčiau, vietoje srovės stiprio I matuojame įtampą ant kondensatoriaus, o srovės stiprį perskaičiuojame pagal formulę

$$I(t) = \frac{U(t)}{R_v}. \quad (1.3)$$

Įkrovus kondensatorių ommetro režimu būtina atjungti kondensatorių nuo multimetro, perjungti multimetrą į voltmetro režimą, ir tik tada vėl prijungti kondensatorių. To nepadarius, multimetro jungiklio sukimo metu dalis krūvio gali ištekti dar net nepradėjus matavimo. Panaudodami laikmatį kas 10 s matuojame įtampą ant kondensatoriaus. Išmatuoti duomenys pateikti 1 lentelėje (**$0,25 \times 16 = 4$ taškai**).

1 lentelė. Išmatuoti ir apskaičiuoti duomenys kondensatoriaus talpai nustatyti.

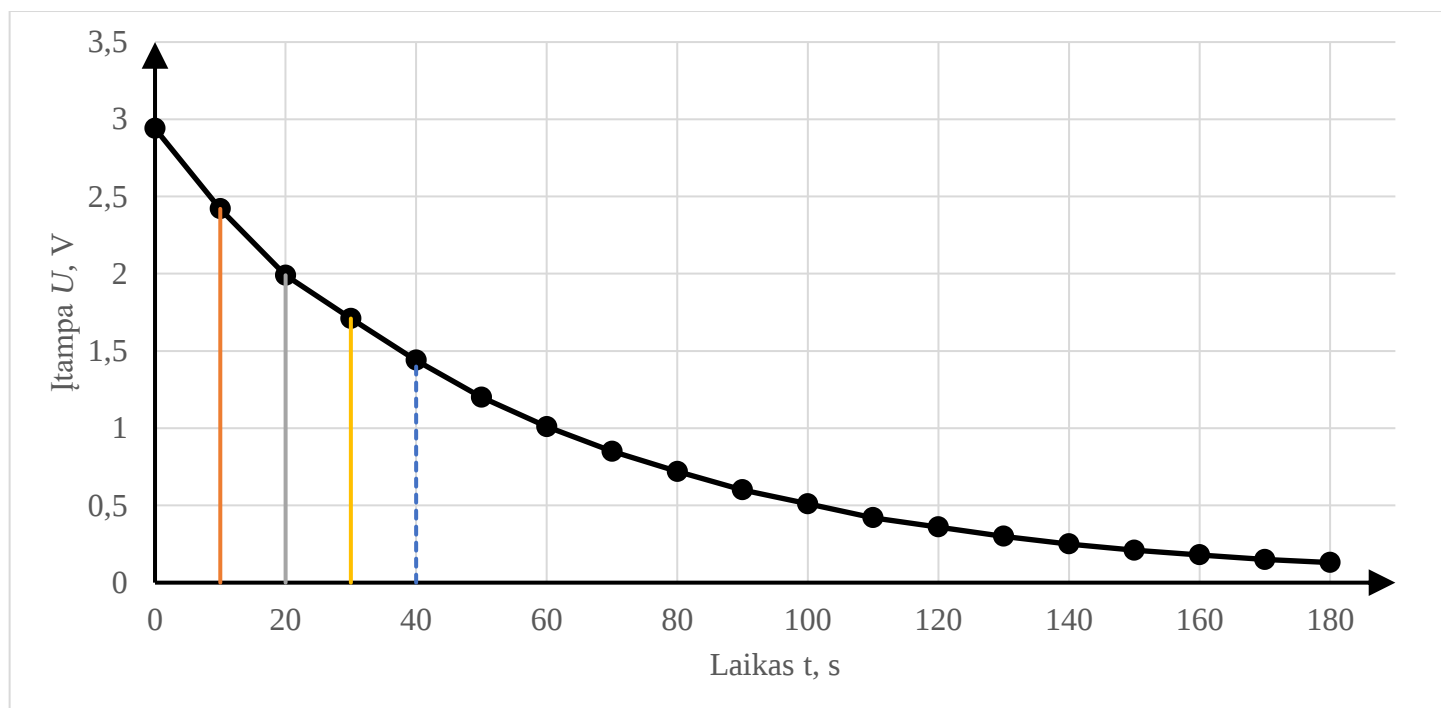
Nr.	Laikas t , s	Įtampa U , V	Srovės stipris I , μA
0	0	2,94	2,94
1	10	2,42	2,42
2	20	1,97	1,97
3	30	1,71	1,71
4	40	1,44	1,44
5	50	1,20	1,20
6	60	1,01	1,01
7	70	0,85	0,85
8	80	0,72	0,72
9	90	0,60	0,60

10	100	0,51	0,51
11	110	0,42	0,42
12	120	0,36	0,36
13	130	0,30	0,30
14	140	0,25	0,25
15	150	0,21	0,21
16	160	0,18	0,18
17	170	0,15	0,15
18	180	0,13	0,13

Išmatuota kondensatoriaus įtampos priklausomybė nuo laiko priklausomybė pavaizduota 1.2 pav. Iš jo matyti, kad priklausomybė nėra tiesinė. Norint apskaičiuoti plotą po šia kreive, reikia figūrą suskaidyti į trapecijas ir skaičiuoti bendrą trapecijų plotą:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots = \Delta t \cdot \frac{I_0 + I_1}{2} + \Delta t \cdot \frac{I_1 + I_2}{2} + \Delta t \cdot \frac{I_2 + I_3}{2} + \dots \approx \Delta t \left(\frac{I_0}{2} + I_1 + I_2 + \dots \right), \quad (1.4) \quad (0,5 \text{ taško})$$

čia $\Delta t = 10$ s yra įtampos matavimo intervalai. Iš (1.4) formulės matyti, kad krūviui suskaičiuoti užtenka sudėti pusę pirmosios bei visas likusias srovės stiprio vertes.



2.2 pav. Kondensatoriaus įtampos priklausomybės nuo laiko grafikas ir ploto po kreive apskaičiavimas naudojant trapecijų metodą.

Apskaičiavę, gauname:

$$q = 159 \mu\text{C},$$

$$C = 54 \mu\text{F} \quad (0,5 \text{ taško}).$$

Nominali kondensatoriaus talpa yra $47 \mu\text{F}$ su $\pm 20\%$ paklaida.

Apkeitus voltmetro poliškumą gaunama įtampa $U_{0CD} = -U_{0DC}$, vadinasi, pirmojoje „juodojoje“ dėžėje diodo nėra **(0,5 taško)**.

Atsakymas:

Antrosios „juodosios“ dėžės schema yra pateikta 2.1a pav., kondensatoriaus talpa $C = 54 \mu\text{F}$.

Trečioji „juodoji“ dėžė (12,5 taško)

Pirmiausia multimetrą nustatome nuolatinės įtampos matavimo režimu, patikriname visas galimas išvadų poras. Pastebime, kad įtampa tarp visų išvadų lygi nuliui. Vadinasi, trečiojoje „juodojoje“ dėžėje galvaninio elemento nėra (**0,5 taško**).

Dabar multimetrą nustatome ommetro režimu ir išmatuojame varžas tarp visų galimų išvadų porų. Pastebime, kad matuojamų varžų vertės nekinta bėgant laikui. Vadinasi, trečiojoje „juodojoje“ dėžėje kondensatorių nėra (**0,5 taško**).

Kiekvienus du išvadás matuojame du kartus sukeisdami ommetro poliškumą: laikykime, kad i žymi „+“ multimetrom išvadą, o j žymi „-“ multimetrom išvadą. Matavimų rezultatai pateikti 2 lentelėje (**$0,25 \times 20 = 5$ taškai**).

2 lentelė. Išmatuotų varžų vertės tarp įvairių išvadų keičiant poliškumą.

Išvadas	Išvadas	Varža R_{ij}, Ω	Varža R_{ji}, Ω
A	B	$< 1k$	$> 2000k$
A	C	$< 1k$	$> 2000k$
A	D	$< 1k$	$> 2000k$
A	E	$< 1k$	$> 2000k$
B	C	101	101
B	D	203	205
B	E	219	219
C	D	105	107
C	E	120	122
D	E	105	107

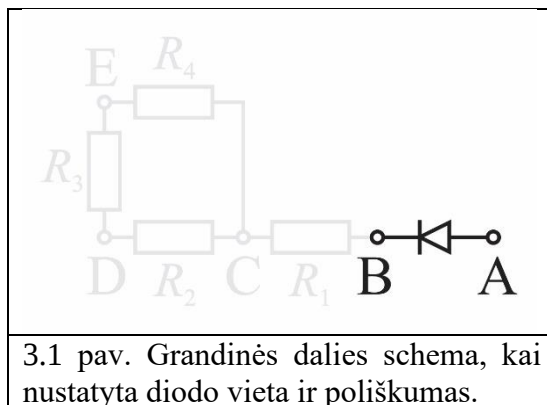
Pastaba. Taškai neskiriami, jei R_{ji} varža, kai vienas iš kontaktų yra A, pažymėta „begalybė“.

Pirmiausia pastebime, kad R_{ij} varžos, kai vienas iš išvadų yra A, viršija multimetrom matavimo ribą (didžiausia multimetrom matuojama varžos vertė yra 2000 k Ω), tačiau apkeitus poliškumą vertė nesiekia 1 k Ω . Iš užduotyje pateikiamų elementų sąrašo tokiomis savybėmis pasižymi tik diodas. Vadinasi, prie išvado A yra prijungtas diodas. Kadangi mažiausia varža, kai vienas iš išvadų yra A, yra tarp A ir B, vadinasi, diodas įjungtas būtent tarp išvadų A ir B (**0,5 taško**).

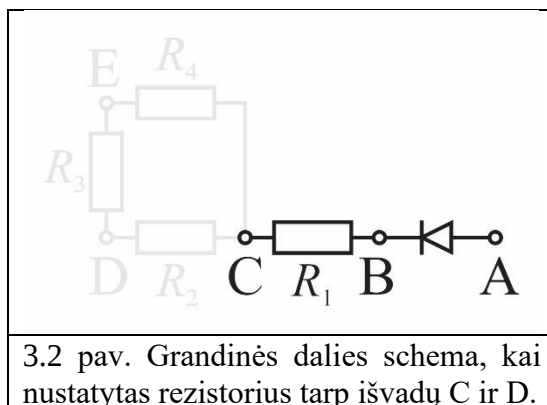
Diodo poliškumas nustatomas iš matavimo rezultatų: prie išvado A prijungtas diodo „+“, o prie išvado B prijungtas diodo „-“ (**0,5 taško**). Nustatytos grandinės dalies schema pavaizduota 3.1 pav.

Likusios varžos, jei sukeičiamas poliškumas, išlieka beveik tokios pačios. Nedidelius skirtumus lemia laidų varža.

Dabar pastebime, kad varža tarp išvadų B ir C yra lygi 101 Ω . Apytiksliai toks pat skirtumas yra tarp varžų R_{BE} ir R_{CE} bei tarp varžų R_{BD} ir R_{CD} . Iš to galime spręsti, kad tarp išvadų B ir C yra prijungtas $R_1 = 101 \Omega$ rezistorius (**0,5 taško**). Be to, prie išvado B nėra prijungta jokių kitų rezistorių (**0,5 taško**). Nustatytos grandinės dalies schema pavaizduota 3.2 pav.



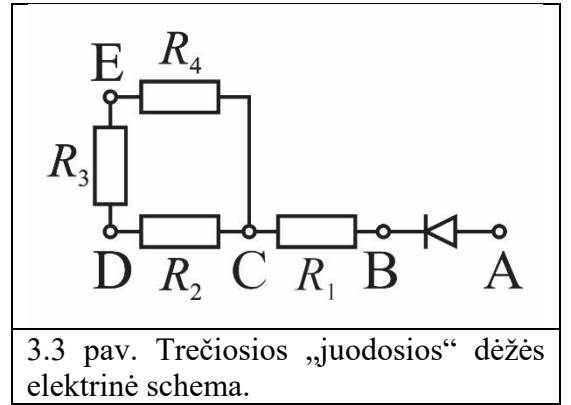
3.1 pav. Grandinės dalies schema, kai nustatyta diodo vieta ir poliškumas.



3.2 pav. Grandinės dalies schema, kai nustatytas rezistorius tarp išvadų C ir D.

Lieka trys išvadai C, D ir E, tarp kurių rezistoriai gali būti sujungti įvairiais būdais. Nuoseklus jungimas netinka, nes tokiu atveju varža tarp išvadų C, D ir E nuosekliai didėtų. Taip pat nėra panašios pastovios varžos skirtumo tendencijos, kurią pastebėjome tarp išvadų B ir C. Lieka paprasčiausias būdas – kai rezistoriai sujungti „delta“ forma tarp išvadų D ir E, C ir D bei E ir C (**0,5 × 3 = 1,5 taško**). Tuo remdamiesi nubraižome trečiosios „juodosios“ dėžės elektrinę schemą (3.3 pav.) (**1 taškas**).

(Pastaba: taip pat galima ir „Y“ forma, kuri nesudėtingai transformuojama į „delta“ formą. Tačiau „Y“ forma rečiau sutinkama mokyklos kurse, todėl jos čia nenagrinėsime).



3.3 pav. Trečiosios „juodosios“ dėžės elektrinė schema.

Naudodamiesi rezistorių nuoseklaus bei lygiagretaus jungimo dėsniais bei žiūrėdami į brėžinį užrašome tokias lygtis:

$$R_{DE} = \frac{R_3(R_2 + R_4)}{R_3 + R_2 + R_4}, \quad (3.1)$$

$$R_{CE} = \frac{R_4(R_2 + R_3)}{R_4 + R_2 + R_3}, \quad (3.2)$$

$$R_{CD} = \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}. \quad (3.3)$$

Iš lygčių (3.1)-(3.3) galime išreikšti varžas R_1 , R_2 ir R_3 bei jas apskaičiuoti. Tačiau verta pastebėti, kad $R_{DE} = R_{CD}$. Dėl grandinės simetrijos iš to galime padaryti išvadą, kad $R_2 = R_3$. Šį faktą taip pat galima įrodyti algebiškai:

$$\frac{R_3(R_2 + R_4)}{R_3 + R_2 + R_4} = \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4},$$

$$R_3(R_2 + R_4) = R_2(R_3 + R_4),$$

$$R_3R_2 + R_3R_4 = R_2R_3 + R_2R_4,$$

$$R_3R_4 = R_2R_4,$$

$$R_3 = R_2.$$

Tada (3.1)-(3.2) lygtys supaprastėja:

$$R_{DE} = \frac{R_2(R_2 + R_4)}{2R_2 + R_4}, \quad (3.5)$$

$$R_{CE} = \frac{2R_4R_2}{R_4 + 2R_2}. \quad (3.6)$$

Iš (3.6) išreiškiame R_4 :

$$R_4 = \frac{2R_{CE}R_2}{2R_2 - R_{CE}}. \quad (3.7)$$

(3.7) įstatome į (3.5):

$$R_{AB} = \frac{R_2 \left(R_2 + \frac{2R_{AC}R_2}{2R_2 - R_{AC}} \right)}{2R_2 + \frac{2R_{AC}R_2}{2R_2 - R_{AC}}} = \frac{R_2(R_2(2R_2 - R_{AC}) + 2R_{AC}R_2)}{2R_2(2R_2 - R_{AC}) + 2R_{AC}R_2} =$$

(0,5 taško)

$$= \frac{R_2(2R_2^2 + R_{AC}R_2)}{R_2(4R_2 - 2R_{AC} + 2R_{AC})} = \frac{2R_2^2 + R_{AC}R_2}{4R_2} = \frac{2R_2 + R_{AC}}{4} \Rightarrow \boxed{R_2 = \frac{4R_{AB} - R_{AC}}{2}}.$$

Suskaičiavę gauname: $R_2 = R_3 = 152 \, \Omega$, $R_4 = 201 \, \Omega$ ($3 \times 0,5 = 1,5$ taško).

Nominaliosios rezistorių varžų vertės yra: $R_1 = 100 \, \Omega$, $R_2 = R_3 = 150 \, \Omega$, $R_4 = 200 \, \Omega$ su $\pm 5 \, \%$ paklaida.

Atsakymas:

Trečiosios „juodosios“ dėžės schema yra pateikta 3.3 pav., $R_1 = 101 \, \Omega$, $R_2 = R_3 = 152 \, \Omega$, $R_4 = 201 \, \Omega$.

Vertinimo instrukcija

Nr.	Kriterijus	Įvertinimas
	<u>Pirmoji „juodoji“ dėžė</u>	<u>5 taškai</u>
1.1	Nustatyta, kad grandinėje yra galvaninis elementas	1
1.2	Nustatyta, kad prie išvado A prijungtas galvaninio elemento „-“, o prie B išvado prijungtas galvaninio elemento „+“	0,5
1.3	Nustatyta, kad grandinėje nėra diodo	0,5
1.4	Nustatyta, kad grandinėje nėra kondensatoriaus	0,5
1.5	Nubraižyta pirmosios „juodosios“ dėžės elektrinė schema (1.1a pav.)	0,5
1.6	Nustatyta galvaninio elemento elektrovaros vertė $\mathcal{E} = (1,6 \pm 0,1) \, \text{V}$	0,5
1.7	Gauta vidinės varžos nustatymo formulė	0,5
1.8	Išmatuota rezistoriaus varžos vertė $R = (470 \pm 24) \, \Omega$	0,25
1.9	Išmatuota įtampos ant rezistoriaus vertė $U_R = (1,32 \pm 0,02) \, \text{V}$	0,25
1.10	Nustatyta galvaninio elemento vidaus varžos vertė $r = (100 \pm 5) \, \Omega$ ----- $(100 \pm 10) \, \Omega$	0,5 0,25
	<u>Antroji „juodoji“ dėžė</u>	<u>7,5 taško</u>
2.1	Nustatyta, kad grandinėje nėra galvaninio elemento	0,5
2.2	Nustatyta, kad grandinėje yra kondensatorius	1
2.3	Nubraižyta antrosios „juodosios“ dėžės elektrinė schema (2.1a pav.)	0,5
2.4	Išmatuota 16 įtampos verčių	$0,25 \times 16 = 4$
2.5	Parodytas teisingas krūvio apskaičiavimo metodas	0,5
2.6	Nustatyta kondensatoriaus talpos vertė $C = (47 \pm 9,4) \, \mu\text{F}$ ----- $(47 \pm 18,8) \, \mu\text{F}$	0,5 0,25
2.7	Nustatyta, kad grandinėje nėra diodo	0,5
	<u>Trečioji „juodoji“ dėžė</u>	<u>12,5 taško</u>
3.1	Nustatyta, kad grandinėje nėra galvaninio elemento	0,5
3.2	Nustatyta, kad grandinėje nėra kondensatoriaus	0,5
3.3	Varžų matavimas tarp įvairių išvadų keičiant poliškumą	$0,25 \times 20 = 5$
3.4	Nustatyta, kad tarp A ir B išvadų yra diodas	0,5
3.5	Nustatyta, kad prie A išvado prijungtas diodo „+“, o prie B išvado prijungtas diodo „-“	0,5
3.6	Nustatyta R_1 rezistoriaus vertė $R_1 = (100 \pm 5) \, \Omega$ ----- $(100 \pm 10) \, \Omega$	0,5 0,25
3.7	Nustatyta, kad tarp išvadų B ir C yra tik vienas rezistorius	0,5
3.8	Nustatyta, kad tarp išvadų C ir D, D ir E bei E ir C yra po vieną rezistorių	$0,5 \times 3 = 1,5$
3.9	Nubraižyta trečiosios „juodosios“ dėžės elektrinė schema (3.3 pav. arba ekvivalentiška)	1
3.10	Parodytas teisingas varžų apskaičiavimo metodas	0,5
3.11	Nustatytos rezistorių varžų vertės: $R_2 = (150 \pm 7,5) \, \Omega$ ----- $(150 \pm 15) \, \Omega$ $R_3 = (150 \pm 7,5) \, \Omega$ ----- $(150 \pm 15) \, \Omega$ $R_4 = (200 \pm 10) \, \Omega$ ----- $(200 \pm 20) \, \Omega$	0,5 0,25 0,5 0,25 0,5 0,25
	<u>Iš viso:</u>	<u>25 taškai</u>