

(5 uždaviniai po 12 balų, 1 uždavinys po 10 balų)

Būtina pateikti uždavinių sprendimus.

Registracijos Nr. (kodas) _____ **SPRENDIMAI**

1. Uždavinys (12 taškų)

Įmonės duomenų analizės komanda yra atsakinga už duomenų valymą ir paruošimą analizei, rutininių ataskaitų rengimą (pasikartojantys skaičiavimai, suvestinės), bei *ad hoc* analizę (vienkartiniai klausimai, hipotezės, segmentavimas). Pirmo tipo užduotims komanda vidutiniškai skiria 40 val./sav., antro tipo – 60 val./sav., ir trečio tipo – 50 val./sav.

Komandos veiklos optimizavimui įmonė svarsto įsigyti 2 iš 3 tinkamų DI įrankių, o sutaupytas laikas gali būti panaudotas papildomiems *ad hoc* projektams. Per savaitę komanda realiai gali „monetizuoti“ daugiausia 2 papildomus *ad hoc* projektus: pirmasis papildomas projektas sukurtų 900 eurų vertės, antrasis – 300 eurų, o trečiasis ir sekantys – papildomos vertės nekurtų, nes nėra paklausos. Vienam papildomam *ad hoc* projektui įgyvendinti reikia 20 val. darbo.

Įmonės svarstomi DI įrankiai:

įrankis A – „AutoReport“ (sutaupo 50% rutininių ataskaitų rengimo laiko, kaina – 500 eurų/sav.);

įrankis B – „CleanBot“ (sutaupo 60% duomenų valymo laiko; kaina – 350 eurų/sav.);

įrankis C – „InsightGPT“ (sutaupo 20% rutininių ataskaitų rengimo laiko ir 20% *ad hoc* analizės laiko, kaina – 450 eurų/sav.)

Persidengimo taisyklė: jei du įrankiai taupo to paties darbo laiką (pvz., abu taupo duomenų valymo laiką), tada pirmas įrankis sutaupo savo procentą nuo pradinio laiko, o antras įrankis sutaupo savo procentą nuo likusio laiko.

Kurių dviejų įrankių derinį įmonė turėtų pasirinkti, kad savaitinė grynoji nauda (sutaupytų valandų vertė minus įrankių kaina) būtų didžiausia?

Sprendimas

Derinys A+B. Įrankis A sutaupo 50% nuo 60 valandų, t. y. 30 valandų. Įrankis B sutaupo 60% nuo 40 valandų, t. y. 24 val. Iš viso abu įrankiai sutaupo $30+24=54$ valandas. Per šias valandas galima atlikti $[54/20]=2$ projektus (kvadratiniai skliaustai reiškia „imame rezultato sveikąją dalį“). Tai reiškia, kad sutaupytų valandų vertė yra $900+300=1200$ eurų.

Derinys A+C. Įrankis A sutaupo 30 valandų. Pagal persidengimo taisyklę, įrankis C sutaupo 20% nuo likusių 30 rutininių ataskaitų rengimo valandų, t. y. 6 valandas, bei dar 20% nuo 50 valandų, t. y. 10 valandų. Tik įrankis C bendrai sutaupo $6+10=16$ valandų, o abu įrankiai kartu sutaupo $30+16=46$ valandas. Per šias valandas galima atlikti $[46/20]=2$ projektus ir sutaupytų valandų vertė yra 1200 eurų.

Derinys B+C. Įrankis B sutaupo 24 valandas, įrankis C sutaupo 22 valandas (šiuo atveju persidengimo taisyklė netaikoma) - 20% nuo 60 valandų, kas yra 12 valandų, ir 20% nuo 50 valandų, kas yra 10 valandų.

Dalyvio kodas: _____

Abu įrankiai kartu sutaupo $24+22=46$ valandas. Per šias valandas galima atlikti $[46/20]=2$ projektus ir sutaupyto valandų vertė vėlgi yra 1200 eurų.

Kadangi visi trys deriniai leidžia atlikti po 2 papildomus ad hoc projektus, sprendimas iš esmės priklauso nuo įrankių kainos.

Derinio A+B grynoji nauda yra $1200-500-350=350$ eurų.

Derinio A+C grynoji nauda yra $1200-500-450=250$ eurų.

Derinio B+C grynoji nauda yra $1200-350-450=400$ eurų.

Taigi, įmonė turėtų įsigyti „CleanBot“ ir „InsightGPT“.

Dalyvio kodas: _____

2. Uždavinys (12 taškų)

Jūs esate tanklaivio, gabenančio naftą iš Fudžeiros (JAE) į Roterdamą, kapitonas. Maršruto, einančio per Sueco kanalą, ilgis yra 6120 jūrmylių. Pastovieji tanklaivio paros kaštai (igulos atlyginimai, draudimas ir kiti) sudaro 33000\$. Kintamieji kaštai tai kuro sąnaudos, kurios priklauso nuo oro sąlygų, jūros srovių, bet daugiausia nuo greičio, kuriuo plaukia laivas. Apibendrinus istorinius duomenis nustatyta, kad plaukiant v mazgų (jūrmylių per valandą) greičiu per parą sunaudojama maždaug $0,02v^3$ tonų sunkiojo mazuto (IFO 380).

1. Kokius kaštus patiria jūsų tanklaivis plaukdamas iš Fudžeiros į Roterdamą 11 mazgų greičiu ir naudodamas 620\$ už toną kainavusį kurą?
2. Dėl mažesnio tanklaivių aktyvumo Hormūzo sąsiauryje sumažėjo sunkiojo mazuto paklausa ir jo kaina nukrito iki 376\$ už toną. Kokiu greičiu dabar turėtų plaukti jūsų laivas, kad kelionės kaštai būtų mažiausi?

Sprendimas

1. Kiek parų truks kelionė greičiu v ?
 $6120/24v = 255/v$ 23,2
2. Kiek kuro prireiks tokiai kelionei?
 $0,02v^3 \times 255/v = 5,1 v^2$ 617,1
3. Kiek tas kuras kainuos, jeigu tonos kaina p ?
 $5,1 v^2 p$ 382602
4. Kokie bendrieji kelionės kaštai?
 $TC(p;v) = 5,1 v^2 p + 33000 \times 255/v$
5. Atsakymas į 1-ą klausimą
 $TC(620;11) = 5,1 \times 11^2 \times 620 + 33000 \times 255/11 = 1147602\$$
6. Reikia ieškoti funkcijos $TC(376;v)$ minimumo
 $TC(376;v) = 5,1 \times v^2 \times 376 + 33000 \times 255/v = 1917,6 v^2 + 8415000/v \rightarrow \min$
7. Išvestinę prilyginame nuliui
 $3835,2v - 8415000/v^2 = 0$ padauginę iš $v^2/3835,2$ ir suapvalinę gauname
 $v^3 - 2194 = 0$
8. Atsakymas į 2-ą klausimą
 $v \approx 13$

Naudojant pigesnj (376\$) kurą reikėtų plaukti 13 mazgų greičiu.

Kaštų apskaičiuoti nereikia, bet jeigu jie pateikti, tai neturėtų žymiai skirtis nuo 971382\$.

3. Uždavinsys (12 taškų)

Sofija 2025 sausio 2 d. investavo 1000 Eur į S&P500 indeksą sekantį fondą, 1000 Eur į Swedbank akcijas ir 1000 Eur į „Artea“ banko akcijas. Lygiai po metų, 2026 sausio 2 d., ji visas šias investicijas pardavė ir gautas sumas konvertavo į eurus. Pirkimo bei pardavimo kainos pateiktos lentelėje:

	2025 01 02	2026 01 02	Valiuta
S&P500 indeksas	5868,55	6858,47	USD
Swedbank akcijos, vnt.	224,30	325,40	SEK
„Artea“ banko akcijos, vnt.	0,824	0,942	EUR

Fondo vienetus bei Swedbank akcijas galima pirkti dalimis, tačiau „Artea“ banko akcijomis prekiaujama pilnais vienetais.

Per 2025 metus Swedbank savo akcininkams išmokėjo 21,7 SEK (Švedijos kronų) dividendų už akciją, o „Artea“ bankas – po 0,061 EUR dividendų už akciją.

Žemiau lentelėje pateikiami valiutų kursai pirkimo bei pardavimo dienomis:

	2025 01 02	2026 01 02
EUR / USD	1,0321	1,1721
EUR / SEK	11,4223	10,8085

Tarkime, kad jokių tarpininkavimo mokesčių nėra: perkama ir parduodama už lentelėse nurodytas kainas. Darykite prielaidą, kad nei dividendai, nei pelnas iš investicijų priciaugio nėra apmokestinamas.

- Kokia buvo S&P500 indekso investicinė graža (%) per šį laikotarpį, skaičiuojant JAV doleriais? Kiek eurų Sofija uždirbo iš investicijos į S&P indeksą sekantį fondą, kokią procentinę investicinę gražą tai sudarė? Pakomentuokite skirtumą tarp procentinės gražos JAV doleriais ir eurai.
- Kiek dividendų Švedijos kronomis (SEK) Sofija gavo iš investicijų į Swedbank akcijas? Kiek eurų ji iš viso uždirbo iš šios savo investicijos, kokią procentinę investicinę gražą tai sudarė?
- Kiek „Artea“ banko akcijų įsigijo Sofija? Koks buvo jos visas uždarbis (Eur) iš šios investicijos, kokią procentinę gražą tai sudarė?
- Kokia buvo bendra Sofijos investicinė graža (Eur bei %) iš 2025 sausio 2 d. investuotų 3000 Eur?

Sprendimas

- A. S&P500 indekso investicinė graža = $(6858,47 - 5868,55) / 5868,55 = 0,1687$ (16,87 %)

Sofija investavo 1000 Eur, tai 2025 01 02 atitiko 1032,10 USD ($1000 \times 1,0321$).

2026 01 02 Sofijos investicijų į S&P500 indeksą sekantį fondą vertė buvo:

$$1032,10 \text{ USD} \times (1 + 0,1687) = 1206,19 \text{ USD}$$

Pagal 2026 01 02 valiutų kursą tai atitiko:

$$1206,19 / 1,1721 = 1029,08 \text{ Eur}$$

Sofijos uždarbis Eur: $1029,08 - 1000 = 29,08 \text{ Eur}$

Procentinė graža: $29,08 / 1000 = 0,02908$, t.y. 2,9 %

Skaičiuojant USD, Sofija uždarbo 16,87%, tačiau skaičiuojant Eur, uždarbis yra vos 2,9 %. Šis skirtumas susidarė dėl JAV dolerio nuvertėjimo euro atžvilgiu.

Dalyvio kodas: _____

B. Sofija investavo 1000 Eur, tai 2025 01 02 atitiko 11 422,30 SEK (1000 x 11,4223).

Už šią sumą ji pirko Swedbank akcijų:

$$11\,422,30 / 224,30 = 50,92421 \text{ vnt. (neapvaliname, nes galima pirkti dalimis)}$$

Sofijos gauti dividendai Švedijos kronomis:

$$21,7 \text{ SEK/vnt.} \times 50,92421 \text{ vnt.} = 1105,055 \text{ SEK}$$

Sofijos turimų Swedbank akcijų vertė 2026 01 02:

$$325,40 \text{ SEK/vnt.} \times 50,92421 \text{ vnt.} = 16\,570,74 \text{ SEK}$$

Bendra Swedbank investicijų vertė su gautais dividendais yra:

$$16\,570,74 + 1\,105,55 = 17\,675,79 \text{ SEK}$$

Pagal 2026 01 02 valiutų kursą tai atitinka:

$$17\,675,79 / 10,8085 = 1\,635,36 \text{ Eur}$$

Bendras uždarbis iš šios investicijos: $1\,635,36 - 1\,000 = 635,36 \text{ Eur}$

$$\text{Procentinė grąža: } 635,36 / 1000 = 0,6354, \text{ t.y. } 63,54 \%$$

C. Už 1000 Eur 2025 01 02 Sofija galėjo įsigyti:

$$1000 / 0,824 = 1213,59, \text{ t.y. } 1213 \text{ vnt. „Artea“ banko akcijų (nes prekiaujama pilnais vnt.)}$$

Sofijos gauti dividendai: $0,061 \times 1213 = 73,99 \text{ Eur}$

Sofijos turimų „Artea“ banko akcijų vertė 2026 01 02:

$$0,942 \times 1213 = 1142,65 \text{ Eur}$$

Bendras uždarbis iš šios investicijos: $1142,65 + 73,99 - 1000 = 216,64 \text{ Eur}$

$$\text{Procentinė grąža: } 216,64 / 1000 = 0,2166, \text{ t.y. } 21,66 \%$$

D. Sofijos investicijų vertė Eur 2026 01 02:

S&P500 indeksą sekantis fondas 1029,08 Eur

Swedbank akcijos + gauti dividendai 1635,36 Eur

„Artea“ bank akcijos + gauti dividendai 1216,64 Eur

Viso: 3881,08 Eur

Investuota suma: 3000 Eur

Sofijos bendra investicinė grąža: $3881,08 - 3000 = 881,08 \text{ Eur}$

Arba: sudedame uždarbius iš visų investicijų: $29,08 + 635,36 + 216,64 = 881,08 \text{ Eur}$

Procentinė grąža: $881,08 / 3000 = 0,2937, \text{ t.y. } 29,37 \%$

Arba: $(2,9 \% + 63,54 \% + 21,66 \%) / 3 = 29,37 \%$

Dalyvio kodas: _____

4. Uždavinsys (10 taškų)

2026 m. prasidėjęs karas Irane stipriai paveikė pasaulinę naftos rinką. Darykime prielaidą, kad dėl Irano ir JAV įvestų blokadų jokie naftą gabenantys laivai negali praplaukti pro Hormūzo sąsiaurį ir naftos tiekimas šiuo keliu visiškai sustojo. Tarkime, kad:

- per vieną dieną pasaulyje sunaudojama 100 mln. barelių naftos (darykime prielaidą, kad paklausa ir pasiūla sutampa);
 - iki karo pradžios per vieną dieną Hormūzo sąsiauriu buvo praplukdoma 20 mln. barelių naftos;
 - alternatyviais naftotiekiais iš regiono daugiausiai galima transportuoti maždaug 9 mln. barelių naftos, iki karo per dieną buvo transportuojami 6 mln. barelių, 30% papildomų pajėgumų nukreipiama į Europą, likusi dalis - į Kiniją);
 - Kinija per dieną sunaudoja 16 mln. barelių naftos (iš jų 5 mln. atkeliauja per Hormūzo sąsiaurį), Europos Sąjunga (ES) per dieną sunaudoja 10 mln. barelių naftos (iš jų 1,5 mln. atkeliauja per Hormūzo sąsiaurį);
 - naftos kaina prieš karo pradžią kainavo 65 EUR už barelį, šiuo metu jos kaina – 85 EUR už barelį;
- A. Kaip sumažėjo pasaulinė naftos pasiūla absoliučiu skaičiumi ir procentine dalimi nuo bendros naftos pasiūlos?
- B. Kaip Irano karas paveikė naftos importą į Kiniją ir ES (absoliučiais skaičiais ir procentinėmis dalimis)?
- C. Tarkime, kad naftos paklausos elastingumas kainai yra -0.1 . Kokia bus naftos paklausa prie naujos kainos? Ar paklausa elastinga?
- D. Įvardinkite tris ekonominės politikos priemones, leidžiančias sumažinti naftos pasiūlos šoko poveikį kainai.

Sprendimas

- A. Absoliutus trūkumas: $20 - (9 - 6) = 17$ mln. barelių. Išraiška procentais: $17 / 100 * 100 = 17\%$.
- B. **Kinija** – absoliutus trūkumas: $5 - (9 - 6) * 0.7 = 2,9$ mln. barelių. Išraiška procentais: $2,9 / 16 * 100 = 18,125\%$. **ES** – absoliutus trūkumas: $1,5 - (9 - 6) * 0.3 = 0,6$ mln. barelių. Išraiška procentais: $0,6 / 10 * 100 = 6\%$. Taip pat galimi ir kiti vardikliai skaičiuojant išraišką procentais, jeigu dalyvis daro prielaidą, kad iki karo naftą šalys importavo tik per Hormūzo sąsiaurį (Kinija – 5, ES – 1,5) ar per jį ir per jam alternatyvius naftotiekus (Kinija – 9,2, ES – 4,5). Šie variantai taip pat laikomi teisingais.
- C. Pritaikome paklausos elastingumo kainai formulę:

$$\Delta Q_d = E_d * P_d = -0.1 * (85/65 * 100 - 100) = -3,077\%$$

Nauja paklausa bus lygi $100 * (1 - 0.03077) = 96,92$

Paklausa nėra elastinga.

- D. Galimi skirtingi variantai, tokie kaip: strateginių atsargų panaudojimas, akcizo mažinimas, vartojimo ribojimai, paskatos naudoti alternatyvias transporto priemones, kitos logiškos priemonės, galinčios sumažinti naftos ir jos produktų kainą.

Dalyvio kodas: _____

5. Uždavinsys (12 taškų)

Lentelėje žemiau pateikti hipotetinės uždaro šalies nacionalinių sąskaitų duomenys.

Nacionalinės pajamos, mlrd. EUR	Taupymas, mlrd. EUR	Vartojimo išlaidos, mlrd. EUR	Planinės investicijos, mlrd. EUR	Vyriausybės išlaidos, mlrd. EUR	Visuminė paklausa, mlrd. EUR	Neplaninės investicijos, mlrd. EUR	Nacionalinių pajamų pokytis
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
50	0		5	3			
60	2		5	3			
70	4		5	3			
80	6		5	3			
90	8		5	3			
100	10		5	3			
110	12		5	3			
120	14		5	3			

- Raskite ribinį polinkį taupyti.
- Apskaičiuokite vartojimo išlaidas ir surašykite jas į III lentelės stulpelį.
- Apskaičiuokite visuminės paklausos reikšmes ir surašykite jas į VI stulpelį.
- Apskaičiuokite neplanines investicijas ir surašykite jas į VII stulpelį.
- Į VIII stulpelį surašykite, kaip keisis šalies nacionalinės pajamos (didės, mažės, nesikeis) esant atitinkamam neplaninių investicijų dydžiui.
- Kokios yra pusiausvyros nacionalinės pajamos? Kodėl?

Sprendimas

- Ribinis polinkis taupyti randamas apskaičiavus taupymo pokyčio ir nacionalinių pajamų pokyčio santykį:

$$RPT = \frac{\Delta S}{\Delta Y} = \frac{2-0}{60-50} = 0,2.$$
 Ribinis polinkis taupyti lieka pastovus visoms nacionalinių pajamų reikšmėms.
- Vartojimo išlaidos apskaičiuojamos randant nacionalinių pajamų ir taupymo skirtumą, pavyzdžiui:
 $50 - 0 = 50$ mlrd. EUR. Atitinkamai randamos ir kitos III stulpelio reikšmės.
- Visuminė paklausa uždaroje ekonomikoje yra vartojimo išlaidų, planinių investicijų ir vyriausybės išlaidų suma, pavyzdžiui:
 $50 + 5 + 3 = 58$ mlrd. EUR. Atitinkamai randamos ir kitos VI stulpelio reikšmės.
- Neplaninės investicijos apskaičiuojamos randant skirtumą tarp nacionalinių pajamų ir visuminės paklausos ir rodo netikėtą atsargų pokytį. Skaičiavimo pavyzdys:
 $50 - 58 = -8.$ Atitinkamai randamos ir kitos VII stulpelio reikšmės.
- Kai neplaninės investicijos neigiamos, nacionalinės pajamos didės, nes visuminė paklausa didesnė nei gamyba. Kai neplaninės investicijos teigiamos, bendrosios pajamos mažės, nes paklausa mažesnė už bendrąją gamybą. Nacionalinės pajamos nesikeis, kai jos lygios visuminei paklausai.
- Pusiausvyros nacionalinės pajamos yra 90 mlrd. EUR, nes tuomet pajamos, gamyba ir paklausa yra lygūs.

Dalyvio kodas: _____

Užpildyta lentelė:

Nacionalinės pajamos, mlrd. EUR	Taupymas, mlrd. EUR	Vartojimo išlaidos, mlrd. EUR	Planinės investicijos, mlrd. EUR	Vyriausybės išlaidos, mlrd. EUR	Visuminė paklausa, mlrd. EUR	Neplaninės investicijos, mlrd. EUR	Nacionalinių pajamų pokytis
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
50	0	50	5	3	58	-8	Didės
60	2	58	5	3	66	-6	Didės
70	4	66	5	3	74	-4	Didės
80	6	74	5	3	82	-2	Didės
90	8	82	5	3	90	0	Nesikeis
100	10	90	5	3	98	2	Mažės
110	12	98	5	3	106	4	Mažės
120	14	106	5	3	114	6	Mažės

Dalyvio kodas: _____

6. Uždavinys (12 taškų)

Dvi valstybės bando susitarti dėl tarptautinio ryšio technologijos standarto (5G). Kiekviena valstybė yra sukūrusi savo konkuruojančią technologiją, ir bet kuri iš jų galėtų tapti tarptautiniu standartu. 1-oji valstybė sukūrė technologiją A, o 2-oji – technologiją B. Kiekviena valstybė teikia pirmenybę savo technologijai.

Jeigu abi valstybės pasirenka tą pačią technologiją, valstybė–kūrėja gauna 4 taškus, o kita valstybė – 3 taškus. Jeigu valstybės eina skirtingais keliais ir kiekviena pasirenka savo technologiją, abi gauna po 2 taškus. Jeigu valstybės eina skirtingais keliais, bet pasirenka kitos valstybės technologiją, kiekviena gauna po 1 tašką.

A. Pavaizduokite šį lošimą normaliaja forma (išlošių matricą). Aiškiai nurodykite žaidėjus, jų strategijų aibes ir atitinkamus išlošius.

B. Palyginkite žaidėjų naudingumus ir raskite visas grynujų strategijų Nešo pusiausvyras.

Sprendimas

Lošimo matrica pavaizduota žemiau (turi būti pažymėti lošėjai, strategijos ir išmokos):

		S2	
		A	B
S1	A	4, <u>3*</u>	2, 2
	B	1, 1	3, <u>4*</u>

Lošimą galima spręsti grafiškai kaip kad pavaizduota matricoje viršuje. Pažymimos geriausio atsako strategijos kiekvienam žaidėjui. Sutapusios strategijos rodo stabilius žaidėjų pasirinkimus -- Nešo pusiausvyras (pažymėta žvaigždutėmis). Kitas būdas sudaryti nelygybes ir palyginti skirtingas naudingumo funkcijas:

$u_1(A,A) = 4 > 1 = u_1(B,A)$ à Jeigu P2 pasirenka A, **P1 pasirenka A**;

· $u_1(A,B) = 2 < 3 = u_1(B,B)$ à Jeigu P2 pasirenka B, **P1 pasirenka B**;

· $u_2(A,A) = 3 > 2 = u_2(A,B)$ à Jeigu P1 pasirenka A, **P2 pasirenka A**;

· $u_2(B,A) = 1 < 4 = u_2(B,B)$ à Jeigu P1 pasirenka B, **P2 pasirenka B**.

Sutampačios strategijos yra Nešo pusiausvyra. Jų yra dvi:

Atsakymas: lošimas turi dvi Nešo pusiausvyras (1) $\{A; A\} = (4, 3)$ & (2) $\{B; B\} = (3, 4)$

Dalyvio kodas: _____