

Užduočių sprendimai (I dalis, trukmė – 75 min.)

Būtina pateikti uždavinių sprendimus

1. Uždavinys (10 taškų)

Kalvis Konstantinas vienintelis Kėdainių rajone gamina plaktukus. Žinoma šio gaminio paklausos funkcija: $Q = 160 - 4P$.

- Raskite bendrųjų pajamų funkciją ($TR=?$).
- Raskite ribinių pajamų funkciją ($MR=?$).
- Apskaičiuokite, kokį plaktukų kiekį Q (vnt.) gaminant ir parduodant būtų gaunamos didžiausios pajamos (t.y., koks gamybos kiekis maksimizuotų bendrąsias pajamas)? Apskaičiuokite bendrąsias pajamas TR (eurais), kai gaminamas ir parduodamas apskaičiuotas plaktukų kiekis.
- Jei žinome, kad ribinių kaštų funkcija yra $MC = 0,5Q$, kokį plaktukų kiekį gaminant būtų gaunamas maksimalus pelnas? Raskite pelną maksimizuojančią gamybos apimtį Q .

Sprendimas

- Bendrųjų pajamų funkcija: $TR = P \times Q$
Pertvarkome paklausos funkciją išreikšdami kainos priklausomybę nuo kiekio: $P = 40 - 0,25Q$
Tuomet $TR = P \times Q = (40 - 0,25Q)Q = 40Q - 0,25Q^2$
- ribinės pajamos apskaičiuojamos, randant bendrųjų pajamų išvestinę: $MR = TR'$
Tuomet $MR = 40 - 0,5Q$
- Maksimalios pajamos gaunamos gaminant ir parduodant tokį prekių kiekį, ties kuriuo ribinės pajamos lygios nuliui $MR = 0$. Taigi, reikia rasti kiekį Q , kurį gaminant $MR = 0$.
 $MR = 40 - 0,5Q = 0$. Tuomet randame, kad $Q = 80$ vnt.
 $TR = 1600 = 40 \times 80 - 0,25 \times 80^2$ EUR
- Pelno maksimizavimo sąlyga: $MR = MC$, t.y., pelnas maksimizuojamas tuomet, kai gaminamas toks kiekis, ties kuriuos susikerta ribinių pajamų MR ir ribinių kaštų MC kreivės.
 $MR = MC$
 $40 - 0,5Q = 0,5Q$
 $Q = 40$ vnt. – kiekis, kurį gaminant ir parduodant maksimizuojamas pelnas

2. Uždavinys (12 taškų)

Dvi didelės pieno ūkių įmonės — „Aukštaitijos Pienas“ ir „Pieno Saulė“ — pajamas pasididina pardavinėdamos karvių mėšlą, kuris yra natūrali trąša. Kadangi tai yra abiejų įmonių antrinis produktas, papildomų sąnaudų susijusių su mėšlo produkcija nėra. Darykime prielaidą, kad abi įmonės yra identiškos ir gamina identišką produktą trąšas. „Aukštaitijos Pienas“ ir „Pieno Saulė“ yra didelės įmonės ir jų sprendimas dėl produkcijos kiekio turi poveikį kainai. Atvirkštinė paklausos, taip pat žinomos kaip kainos, funkcija yra $P(Q) = 24 - Q$, kur $Q = q_1 + q_2$, o q_1 ir q_2 žymi ūkių „Aukštaitijos Pienas“ ir „Pieno Saulė“ pagamintą kiekį tonomis. Kiekvienas ūkis („Aukštaitijos Pienas“ ir „Pieno Saulė“) sprendimą dėl gaminamos produkcijos trąšų kiekio q_1 ir q_2 priima vienu metu ir nepriklausomai nuo vienas kito.

- Sudarykite pelno funkcijas įmonėms „Aukštaitijos Pienas“ ir „Pieno Saulė“.
- Suraskite optimalų produkcijos kiekį kiekvienai įmonei (išsprendę optimizavimo uždavinius, susidarykite lygčių sistemą ir suraskite optimalius produkcijos kiekius). Kokį pelną (tūkstančiais eurų) kiekviena įmonė gaus gamindama optimalų produkcijos kiekį?
- Jeigu „Pieno Saulė“ bankrutuoja, kokį optimalų produkcijos kiekį gamintų „Aukštaitijos Pienas“? Kokį pelną tokiu atveju uždirbtų „Aukštaitijos Pienas“?
- Ar vartotojas moka daugiau už trąšas pirmu atveju (kai tarpusavyje aršiai konkuruoja „Aukštaitijos Pienas“ ir „Pieno Saulė“) ar antru monopolijos atveju kai vienintele trąšas parduodanti įmonė rinkoje yra „Aukštaitijos Pienas“? Kokia kaina vartotojui kiekvienu atveju?

Sprendimas

- Universali pelno funkcija: $\Pi_i = q_i (24 - (q_i + q_j))$
arba
Įmonės „Aukštaitijos Pienas“ pelno funkcija: $\Pi_1 = q_1 (24 - (q_1 + q_2))$
Įmonės „Pieno Saulė“ pelno funkcija: $\Pi_2 = q_2 (24 - (q_2 + q_1))$
- Sprendimo būdas 1. Kadangi abi įmonės identiškos galime pasirašyti universalią pelno funkciją ir ją optimizuoti.

Optimizavimo problema: $\max_{q_i, q_j \geq 0} \Pi(q_i, q_j) = \max_{q_i, q_j \geq 0} q_i (24 - (q_i + q_j^*))$

$$\text{FOC: } \frac{\partial \Pi_i}{\partial q_i} = 24 - 2q_i - q_j^* = 0 \rightarrow q_i = \frac{24 - q_j^*}{2}$$

SOC: -2 (vietinis maksimumas)

$$\begin{cases} q_1^* = \frac{24 - q_2^*}{2} \\ q_2^* = \frac{24 - q_1^*}{2} \end{cases} \rightarrow q_1^* = \frac{24 - \frac{24 - q_1^*}{2}}{2}$$

Optimalūs produkcijos kiekiai: $q_1^* = q_2^* = 8$

Pelnas gaminant optimalų kiekį: $\Pi_1^* = \Pi_2^* = 8(24 - (8 + 8)) = 64$

Sprendimo būdas 2.

Optimizavimo problema įmonei „Aukštaitijos Pienas“:

$$\max_{q_1, q_2 \geq 0} \Pi(q_1, q_2) = \max_{q_1, q_2 \geq 0} q_1 (24 - (q_1 + q_2^*))$$

Dalyvio kodas: _____

$$\text{FOC: } \frac{\partial \Pi_i}{\partial q_i} = 24 - 2q_1 - q_2^* = 0 \rightarrow q_1 = \frac{24 - q_2^*}{2}$$

$$\text{SOC: } -2 \text{ (local max)}$$

Optimizavimo problema imonei „Pieno Saulė“:

$$\max_{q_1, q_2 \geq 0} \Pi(q_2, q_1^*) = \max_{q_1, q_2 \geq 0} q_2(24 - (q_2 + q_1^*))$$

$$\text{FOC: } \frac{\partial \Pi_i}{\partial q_i} = 24 - 2q_2 - q_1^* = 0 \rightarrow q_2 = \frac{24 - q_1^*}{2}$$

$$\text{SOC: } -2 \text{ (local max)}$$

Susidarome lygčių sistemą ir ją išsprendžiame.

$$\begin{cases} q_1^* = \frac{24 - q_2^*}{2} \\ q_2^* = \frac{24 - q_1^*}{2} \end{cases} \rightarrow q_1^* = \frac{24 - \frac{24 - q_1^*}{2}}{2}$$

$$\text{Optimalūs produkcijos kiekiai: } q_1^* = q_2^* = 8$$

$$\text{Pelnas gaminant optimalų kiekį: } \Pi_1^* = \Pi_2^* = 8(24 - (8 + 8)) = 64$$

c) Pelno funkcija monopolijos atveju yra: $\Pi_M = q_M(24 - q_M)$

$$\text{Optimizavimo problema: } \max_{Q \geq 0} \Pi_M(q_M, 0) = \max_{Q \geq 0} [q_M(24 - q_M)]$$

$$\text{FOC: } \frac{\partial \Pi_M}{\partial q_M} = 24 - 2q_M = 0 \rightarrow q_M = 12$$

$$\text{SOC: } -2 \text{ (local max)}$$

$$\text{Optimalus produkcijos kiekis: } q_M = 12$$

$$\text{Pelnas: } \Pi_M = 12(24 - 12) = 144$$

d) Pirmu atveju vartotojas moka mažiau (8 vs. 12).

Dalyvio kodas: _____

3. Uždavinys (12 taškų)

2024 metų sausio 1 dieną San Marino BVP buvo lygus 1,9 mlrd. eurų ($Y_0 = 1,9$). Pagal Harodo – Domaro ekonomikos modelį, kiekvienų metų sausio 1 dieną šalies taupymas S_t yra lygus šalies investicijoms I_t ir sudaro 10 procentų tų pačių metų BVP, t. y. $I_t = S_t = 0,1Y_t$, $t = 0, 1, 2, \dots$. Tuo tarpu ateinančių metų investicijos I_{t+1} sudaro 90 procentų BVP pokyčio, t. y. $I_{t+1} = 0,9(Y_{t+1} - Y_t)$, $t = 0, 1, 2, \dots$. Raskite prognozuojamą San Marino BVP 2034 metų sausio 1 dieną, jei planuojama, kad šalies ekonomikos modelis nesikeis artimiausius 15 metų.

Sprendimas

Norint atsakyti į klausimą, reikia turėti BVP priklausomybės nuo laiko funkciją. Iš lygybės $I_t = S_t = 0,1Y_t$ gauname, kad $I_{t+1} = S_{t+1} = 0,1Y_{t+1}$ (nes ekonomikos modelis artimiausiu metu nesikeis). Tuomet iš lygybės $I_{t+1} = 0,9(Y_{t+1} - Y_t)$ gauname $0,1Y_{t+1} = 0,9(Y_{t+1} - Y_t)$, arba, atskliaudus ir sutraukius panašiuosius narius, $Y_{t+1} = 1,125Y_t$, $t = 0, 1, 2, \dots$

Kai $t = 0$, tai $Y_1 = 1,125Y_0$.

Kai $t = 1$, tai $Y_2 = 1,125Y_1 = 1,125 \cdot 1,125Y_0 = (1,125)^2 \cdot Y_0$.

Kai $t = 2$, tai $Y_3 = 1,125Y_2 = 1,125 \cdot (1,125)^2 \cdot Y_0 = (1,125)^3 \cdot Y_0$ ir taip toliau.

Taigi, $Y_t = (1,125)^t \cdot Y_0$.

2034 metų sausio 1 diena atitinka $t = 10$, todėl $Y_{10} = (1,125)^{10} \cdot 1,9 \approx 6,17$ mlrd. Eurų.

Dalyvio kodas: _____

4. Uždavinsys (12 taškų)

Šių metų balandžio 2 d. JAV priėmė sprendimą įvesti muitus daugumai pasaulio šalių. Bendras muitų lygio vidurkis siekė 20%, o atsižvelgiant į importo apimtį – 41%. Kiekvienai šaliai bazinis muitų lygis nustatytas pagal tokią formulę:

$$\Delta\tau_i = \frac{x_i - m_i}{\varepsilon * \varphi * m_i}$$

Čia:

τ_i - muitų lygis JAV taikomas šaliai i

$\Delta\tau_i$ - pokytis muitų lygio JAV taikomo šaliai i

x_i - JAV eksportas į šalį i

m_i - JAV importas iš šalies i

ε - importo elastingumas importo kainų atžvilgiu

φ - muitų poveikio importuojamų prekių kainai koeficientas

JAV sprendimą aprašančiuose dokumentuose nurodoma, kad koeficientas ε yra lygus 4, o φ - 0.25.

- Kokį poveikį abiejų šių koeficientų verčių įtraukimas turi muitų skaičiavimui?
- Kas skaičiuojama šios formulės skaitiklyje?
- JAV įvesti muitai pristatyti kaip atsakomieji. Kaip vertinate, ar taikoma formulė leidžia tiksliai įvertinti kokius muitus ar kitas priemones taiko kitos šalys prekių iš JAV importui? Kokie kiti veiksniai gali paveikti šį rezultatą?
- Tarkime, kad šaliai i apskaičiuotas 70% muto lygis. Kaip tokį rezultatą interpretuotumėte pagal D. Rikardo suformuluotą lyginamojo pranašumo principą?

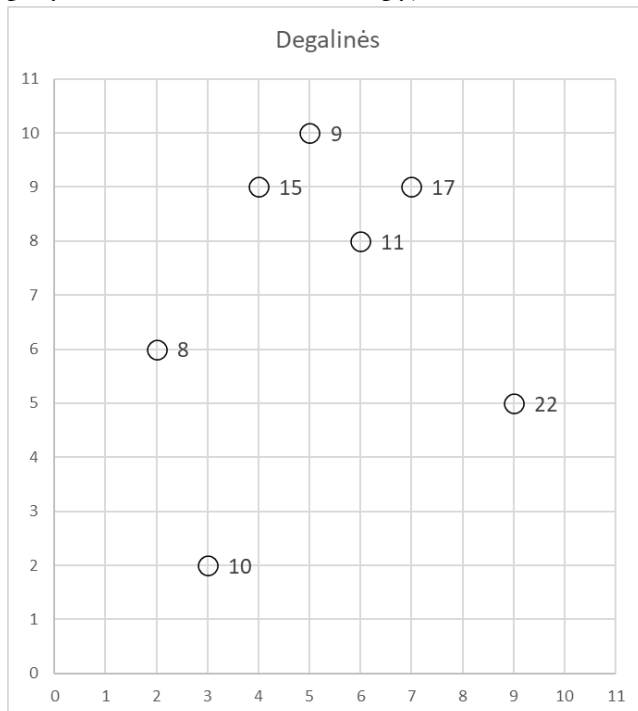
Sprendimas

- Kadangi abiejų koeficientų sandauga lygi 1, abiejų jų įtraukimas į formulę skaičiavimams jokios įtakos neturi.
- Prekybos balansas / deficitas su šalimi i.
- Ne, kadangi prekybos balansą gali paveikti daugelis kitų veiksnių - prekių pasiūlos ir paklausos lygiai, gamybos našumas, valiutų vertė, infliacijos lygis ir kt.
- Toks rezultatas rodo, kad šalis i turi lyginamąjį pranašumą gaminant prekes, kurios turi paklausą JAV. Dėl to šios šalies prekių importas į JAV yra didelis, sukuriantis prekybos deficitą.

Dalyvio kodas: _____

5. Uždavinys (12 taškų)

Degalinių tinklas „Slyva“ planuoja įsirengti savo naftos bazę. Žemėlapyje matome tinklo degalinių vietas. Šalia parašyti skaičiai rodo, kiek benzinvežio reisų per savaitę reikia papildyti kuro atsargoms degalinėje. Kur turėtų būti ta bazė, siekiant kuo mažesnių transporto išlaidų? Apskaičiuokite koordinates ir pažymėkite bazės vietą žemėlapyje.



Sprendimas

Turime 7 taškus/degalines: (2; 6), (3; 2), (4; 9), (5; 10), (6; 8), (7; 9), (9; 5).

Reisų skaičius naudojame kaip taškų svorius: 8, 10, 15, 9, 11, 17, 22.

Taškų x koordinates dauginame iš svorių, sandaugas sudedame:

$$2 \cdot 8 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 15 + 5 \cdot 9 + 6 \cdot 11 + 7 \cdot 17 + 9 \cdot 22 = 534.$$

Taškų y koordinates irgi dauginame iš svorių, sandaugas vėl sudedame:

$$6 \cdot 8 + 2 \cdot 10 + 9 \cdot 15 + 10 \cdot 9 + 8 \cdot 11 + 9 \cdot 17 + 5 \cdot 22 = 644.$$

Sudedame svorius:

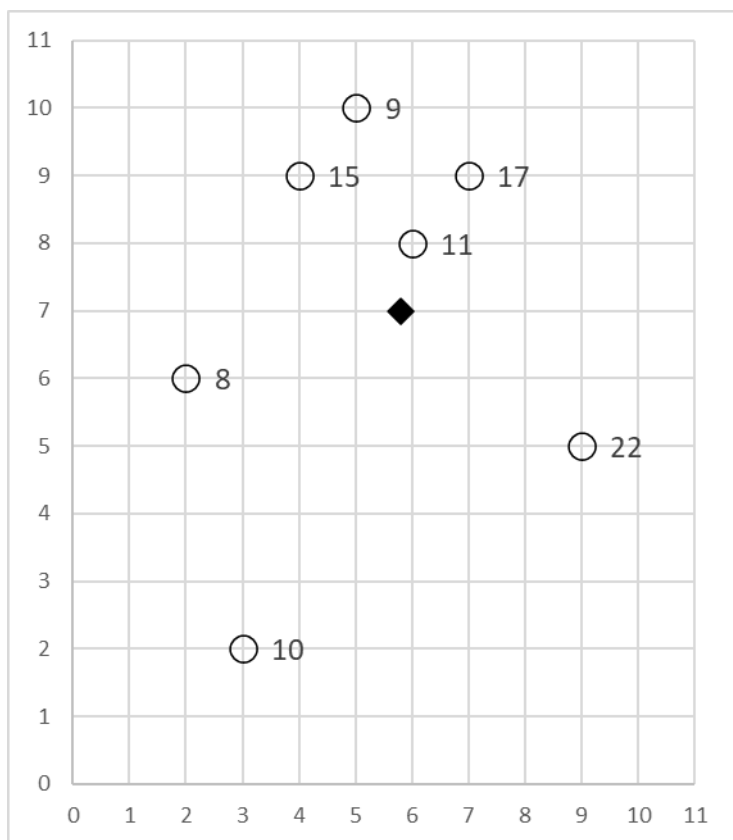
$$8 + 10 + 15 + 9 + 11 + 17 + 22 = 92.$$

Apskaičiuojame svorio centro koordinates:

$$x_c = 534/92 \approx 5,8;$$

$$y_c = 644/92 = 7.$$

Dalyvio kodas: _____



Dalyvio kodas: _____

6. Uždavinys (12 taškų)

Robertas periodiškai investuoja jau kelerius metus, tačiau iki šiol neturėjo aiškos investavimo strategijos. Tarkime, šiuo metu jo investicinis portfelis atrodo taip:

Investicijos	Dabartinė vertė, Eur
Europos akcijų ETF (fondas)	9 500
JAV akcijų ETF	7 200
Obligacijų fondas	4 500
Kripto valiutos	3 800

Įvertinęs sau priimtina investavimo riziką Robertas nusprendė, kad jo atveju obligacijos turėtų sudaryti 40% investicinio portfelio. Tolesniuose skaičiavimuose ignoruokite galimus mokesčius ir darykite prielaidą, kad visas investicijas galima pirkti ir parduoti už jų dabartinę vertę, pateiktą lentelėje.

- a) Tarkime, kad nė vienos iš esamų investicijų Robertas neplanuoja parduoti. Kokią vienkartinę pinigų sumą jis turėtų papildomai investuoti į obligacijų fondą, kad jo portfelyje obligacijos pasiektų siekiamą 40% proporciją? (atsakymą pateikite šimtų Eur tikslumu)
- b) Tarkime, kad Robertas gali papildomai investuoti tik 1 000 Eur. Išsiimti pinigų iš savo investicinio portfelio jis neplanuoja. Be to, atsižvelgdamas į riziką, jis nori rebalansuoti portfelį: parduoti visas turimas investicijas į kripto valiutas ir mažinti investicijas į JAV akcijų rinkas. Paaiškinkite, kaip atsižvelgiant į šias aplinkybes turėtų būti keičiama investicinio portfelio sudėtis, kad obligacijos jame sudarytų 40%.

Sprendimas

- a) Pirmiausia reikėtų apskaičiuoti dabartines investicijų portfelio proporcijas:

Investicijos	Dabartinė vertė, Eur	Dalis
Europos akcijų ETF (fondas)	9 500	38 %
JAV akcijų ETF	7 200	28,8 %
Obligacijų fondas	4 500	18 %
Kripto valiutos	3 800	15,2 %
VISO	25 000	100 %

Taigi portfelyje obligacijos sudaro 18 %.

Dabartiniame portfelyje iš 25 000 Eur investicijų vertės obligacijos sudaro 4 500 Eur. Reikia surasti, kokia pinigų suma (x) padidinus investicijas į obligacijų fondą bendrame portfelyje jos sudarys 40%.

Galima susidaryti lygtį:

$$4\,500 + x = (25\,000 + x) \cdot 0.4$$

Išsprendę gauname $x = 9\,166.67$ Eur.

Suapvalinus iki šimtų, tai bus 9 200 Eur.

Atsakymas: į obligacijų fondą reikia papildomai investuoti 9 200 Eur.

- b) Už papildomus 1 000 Eur nusiperkame obligacijų. Taip pat parduodame kripto valiutas už 3 800 Eur ir gautus pinigus investuojame į obligacijų fondą.

Po šių veiksmų bendra investicijų į obligacijų fondą vertė bus: $4\,500 + 3\,800 + 1\,000 = 9\,300$ Eur.

Taigi Roberto portfelis atrodytų taip:

Dalyvio kodas: _____

Investicijos	Dabartinė vertė, Eur	Dalis
Europos akcijų ETF (fondas)	9 500	38 %
JAV akcijų ETF	7 200	28,8 %
Obligacijų fondas	9 300	33,2 %
Kripto valiutos	0	
VISO	26 000	

Bendra portfelio vertė yra 26 000 Eur.

Norint, kad obligacijų fondas sudarytų 40% investicinio portfelio, į šią turto klasę turi būti investuota viso 10 400 Eur ($26\,000 \times 0,4$).

Vadinasi, papildomai iš kitų investicijų reikia perkelti 1 100 Eur ($10\,400 - 9\,300$). Kadangi Robertas nori mažinti investicijas į JAV, dalį šio akcijų ETF parduodame ir investicijas perkeliame į obligacijų fondą.

Po šių veiksmų Roberto portfelis atrodys taip:

Investicijos	Dabartinė vertė, Eur	Dalis
Europos akcijų ETF (fondas)	9 500	36,5 %
JAV akcijų ETF	6 100	23,5 %
Obligacijų fondas	10 400	40 %
VISO	26 000	

Dalyvio kodas: _____